

Računanje uglova, paralelogrami, krug i kružnica

Važni pojmovi:

srednja linija trougla, paralelogram, simetrala duži, simetrala ugla, visina i težišna duž u trouglu, značajne tačke u trouglu, tangenta, centralni i periferijski ugao

1 Važne činjenice

- Zbir unutrašnjih uglova u trouglu je 180° .
Zbir unutrašnjih uglova u (konveksnom?) n -touglu je $(n - 2)180^\circ$.
Zbir svih vanjskih uglova u bilo kojem **konveksnom** n -touglu je 360° .
- Odnos uglova i stranica u trouglu.
Zbir dvije stranice trougla je veći od treće.
- Srednja linija trougla je paralelna odgovarajućoj stranici trougla i jednaka je polovini te stranice.
- Tangentne duži iz iste tačke su jednake.
- Svi periferijski uglovi nad istim lukom su jednaki.
Ugao nad prečnikom je pravi.
Ugao između tangente i tetive je jednak periferijskom uglu nad tom tetivom.
- Simetrala ugla $\angle A$ i simetrala stranice BC se sijeku na opisanoj kružnici.

2 Zadaci sa predavanja

1. Dat je konveksan četvorougao $ABCD$. Ako su P, Q, R i S polovišta stranica, dokaži da je $PQRS$ paralelogram!
2. Tačke A i B su sa iste strane prave p . Na pravoj p odrediti tačku C tako da $AC + BC$ bude minimalno!
3. Da li postoji konveksan 2022-tougao sa četiri oštra ugla?
4. Oko četvorougla $ABCD$ se može opisati kružnica ako i samo ako je $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$
5. U četvorougao $ABCD$ se može upisati kružnica ako i samo ako je $AB + CD = AD + BC$.

-
6. U trouglu ABC nacrtaj visine AA' , BB' i CC' i uoči ortocentar H . Koliko tetivnih četvorouglova vidiš na slici? Šta je H za trougao $A'B'C'$?
 7. Tačke simetrične ortocentru obzirom na stranice trougla leže na opisanoj kružnici. Dokaži!
 8. Tačke simetrične ortocentru obzirom na polovišta stranica trougla leže na opisanoj kružnici. Dokaži!

3 Zadaci za domaći rad

1. Neka je H ortocentar trougla ABC . Dokaži da trouglovi ABC , ABH , ACH i BCH imaju podudarne opisane kružnice.
2. Neka je S centar upisane kružnice u trougao ABC , M tačka na polovini luka BC kružnice koja je opisana oko trougla ABC , a S_A centar pripisane kružnice stranici BC . Dokaži da je $MS = MB = MC = MS_A$.
3. Neka su tačke P, Q i R na stranicama BC , CA i AB trougla ABC , tim redom. Dokaži da se kružnice opisane oko trouglova AQR , BRP i CQP sijeku u jednoj tački.
4. Upisana kružnica trougla ABC dodiruje AB i AC u M i N , tim redom. Ako je P presjek prave MN i simetrale ugla $\angle ABC$, dokaži da je BP normalno na CP .
5. Neka je P tačka unutar kruga $k = k(O, r)$. Koju figuru čine središta svih tetiva kroz P ?
6. Upisana kružnica u $\triangle ABC$ dodiruje AB i AC u D i E , tim redom. Ako je O centar opisane kružnice oko $\triangle BCI$. Dokaži da je $\angle ODB = \angle OEC$.
7. Neka je k opisana kružnica oko oštroglog $\triangle ABC$. Ako su X, Y i Z središta lukova BC , CA i AB , šta je ortocentar trougla $\triangle XYZ$ za $\triangle ABC$?
8. Neka je $ABCDE$ konveksan petougao, i neka je $BCDE$ kvadrat sa centrom O . Dokaži da je AO simetrala ugla $\angle BAE$!
9. Neka su AA' , BB' i CC' visine oštroglog trougla ABC , a D i E tačke simetrične A' u odnosu na prave AB i AC , redom. Dokazati da su tačke B', C', D i E kolinearne.
10. Podnožja visina u trouglu, polovišta stranica i polovišta duži koje spajaju ortocentar sa tjemenu leže na jednoj kružnici. Dokaži!